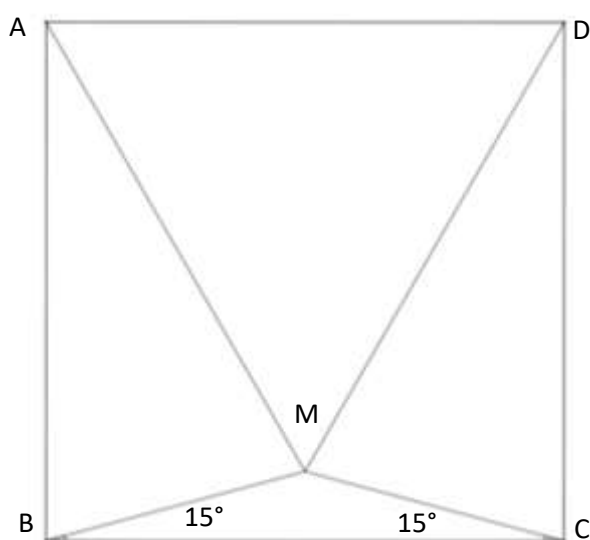


Problème du Cercle de Mathématiques et Physique 2019

Trois problèmes en guise de hors-d'œuvre

Problème 1 : Triangle, es-tu équilatéral ?



Dans le carré $ABCD$, on a construit le point M selon la figure ci-contre en traçant MB et MC , de telle sorte que les angles MBC et MCB soient de 15° .

Démontrer que le triangle ADM est équilatéral.

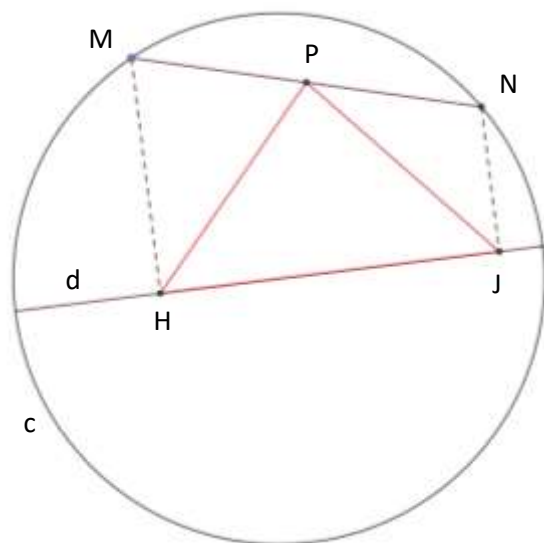
Problème 2 : Amitiés partagées (ou pas) ?

Lors du Congrès des mathématiciennes 2018, Amélie, Béatrice, Charline, Danielle, Émilie, Fabienne et Gwenaëlle se sont trouvées dans le même groupe et ont formé la « bande des sept ». Au début, elles ne connaissaient absolument pas. Petit à petit, des liens plus ou moins forts se sont créés entre elles. Si certaines ont gardé quelque distance, les autres ont lié de vraies amitiés. À la fin du congrès, les sept mathématiciennes pouvaient affirmer que chacune s'était fait exactement trois nouvelles amies. Ces amitiés sont-elles réciproques ?

Pour illustrer cette notion de « réciprocity de l'amitié » prenons le cas d'Amélie qui dit que Béatrice est l'une de ces trois amies. S'il y a « réciprocity de l'amitié », Charline dira qu'Amélie est l'une de ses trois amies. S'il n'y a pas « réciprocity de l'amitié », Charline ne mentionnera pas le nom d'Amélie.

Suite au dos de la page →

Problème 3 : Triangle, es-tu isocèle ?



Dans un cercle c , on trace le diamètre d . Une corde MN de longueur constante se déplace avec ses deux extrémités M et N sur le cercle. P est le milieu de M et N . H et J sont les projections orthogonales sur d de M et de N . Démontrez que le triangle PHJ reste toujours isocèle lorsqu'on déplace M et N sur le cercle c en respectant la constance de la longueur de la corde MN donnée plus haut.

Plat de résistance : Le problème 2019 du CMP

Y'en a qui sont très, très logiques...

Choisissons deux entiers X et Y tels que $1 < X < Y$ et que $X + Y \leq 100$. Pierre et Sébastien sont deux mathématiciens brillants qui émettent des mathématiques incontestables. On indique le produit de deux nombres X et Y à Pierre et la somme de X et Y à Sébastien. Les deux mathématiciens tiennent alors le dialogue suivant :

1. Pierre : « Je ne sais pas quels sont les nombres X et Y . »
2. Sébastien : « Je savais que vous ne connaissiez pas X et Y . »
3. Pierre : « Eh bien alors, maintenant, je connais X et Y . »
4. Sébastien : « Eh bien, moi aussi je les connais maintenant. »

Dès lors, trouvez X et Y à votre tour !

Si la méthode de résolution avec un ordinateur en « force brute » est possible, il y a beaucoup plus élégant...

Adresser votre réponse à :

Pierre-Olivier Vallat, Rue du Temple 24, 2735 Bévillard
pov@povallat.net